Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Воронежский государственный лесотехнический университет
имени Г.Ф. Морозова»

Кафедра организации перевозок и безопасности движения

ЖУРНАЛ-ОТЧЕТ

по практическим работам
по дисциплине
«Управление техническими системами»

Выполнил: студент Ахг-141-3б группы

Лисицкий В. М.

Проверил:
Артемов А. Ю.

Воронеж 2016

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Воронежский государственный лесотехнический университет

имени Г.Ф. Морозова»

Кафедра организации перевозок и безопасности движения

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

на выполнение практических работ по дисциплине

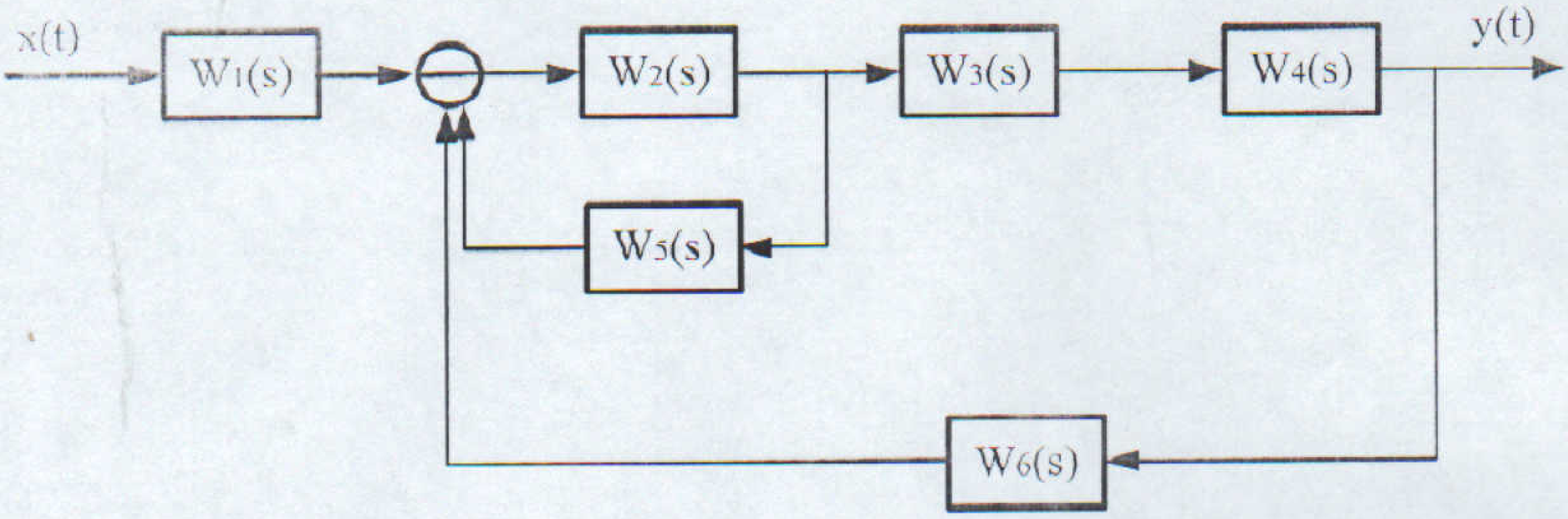
«Управление техническими системами»

студента Лисицкого В.Н группы АХ2-141-3Б

Вариант № 22

K	T	ξ	τ
5	0.2	0.7	0.4

Дифференциальное уравнение: $2\frac{d^2y}{dt^2} - 8\frac{dy}{dt} + 2y = 2\frac{dx}{dt} + 3\frac{d^2x}{dt^2} + 6x$



Практическая работа № 1

Исследование переходных функций элементарных динамических звеньев

Цель работы: получение временных характеристик элементарных звеньев, изучение влияния изменения параметров звеньев на характеристики. Научится решать дифференциальные уравнения использую преобразование Лапласа, записывать передаточные функции, по заданным дифференциальным уравнениям, и оценивать устойчивость звеньев по корням характеристических уравнений.

Общие сведения

1 Элементарные динамические звенья

Для определения динамических свойств автоматической системы необходимо ее элементы различать по их уравнениям динамики. В теории автоматического управления элементы автоматических систем, с точки зрения их динамических свойств, представляют с помощью небольшого числа динамических звеньев.

Под элементарным динамическим звеном понимается искусственно выделяемая часть автоматической системы, соответствующая какому-либо элементарному алгоритму, и описываемая дифференциальным уравнением не выше второго порядка.

Каждое звено представляет элемент направленного действия. Это значит, что преобразование в нем проходит в одном определенном направлении: от входа к выходу звена.

Дифференциальное уравнение, отражающее характер преобразования поступающего на вход сигнала, называется уравнением динамики звена. Например, элемент системы описывается дифференциальным уравнением вида

$$T_1^2 \frac{d^2 x_{вых}(t)}{dt^2} + T_2 \frac{dx_{вых}(t)}{dt} + x_{вых}(t) = kx_{вх}(t) \qquad (1)$$

Левая часть такого уравнения характеризует динамический процесс, происходящий в звене. Коэффициенты левой части уравнения - постоянные времени. Величина k определяется отношением приращения выходной величины к приращению входной

$$k = \frac{\Delta x_{вых}(t)}{\Delta x_{вх}(t)} \qquad (2)$$

и называется статическим коэффициентом усиления (коэффициент передачи) звена.

Другой формой математического описания динамического процесса является передаточная функция. Передаточной функцией звена или системы называется отношение изображений по Лапласу выходной величины к входной при нулевых начальных условиях

$$\omega(s) = \frac{X_{вых}(s)}{X_{вх}(s)}, \qquad (3)$$

где $X_{вых}(s) = L[x(t)]$ – изображение по Лапласу выходной величины; $X_{вх}(s) = L[x(t)]$ – изображение по Лапласу входной величины.

Нулевые начальные условия состоят в том, что в системе n-го порядка при t=0 выходная величина и все ее производные от первой до (n-1)-ой равны нулю.

В зависимости от характера протекания периодических процессов элементарные динамические звенья делятся на безынерционные, апериодические, колебательные, дифференцирующие, интегрирующие, запаздывающие.

Безынерционное звено – это звено нулевого порядка, в котором в каждый момент времени существует пропорциональная зависимость между входной и выходной величинами.

Апериодическое звено – это звено первого порядка, в котором выходная величина при подаче на вход ступенчатого воздействия изменяется по экспоненциальному закону.

Колебательное звено – это звено второго порядка, в котором выходная величина при подаче на вход ступенчатого воздействия стремится к установившемуся значению, совершая затухающие колебания или монотонно приближаясь к нему.

Дифференцирующее звено - это звено, в котором выходная величина пропорциональна скорости изменения входного воздействия. Реальное дифференцирующее звено – это звено, обладающее инерционностью.

Интегрирующее звено – это звено, выходная величина которого пропорциональна интегралу по времени от входной величины.

Запаздывающее звено – это звено, которое на выходе воспроизводит входной сигнал без искажений, но с некоторым постоянным временем запаздывания.

Неустойчивое звено **первого** порядка, в котором выходная величина при подаче на вход ступенчатого воздействия будет неограниченно экспоненциально возрастать. Неустойчивое звено **второго** порядка, в котором выходная величина при подаче на вход ступенчатого воздействия будет неограниченно возрастать.

1.2 Характеристики переходных процессов

Динамические свойства звена могут быть определены на основании дифференциального уравнения, описывающего поведение звена в переходном режиме. Решение дифференциального уравнения дает возможность получить переходную характеристику динамического звена, представляющую зависимость выходной величины от времени при ступенчатом входном воздействии.

Кроме переходной характеристики, динамические свойства могут быть выражены и другими закономерностями:

- переходная импульсная (весовая) функция, представляющая собой реакцию звена на импульсное входное воздействие;

- частотные характеристики, представляющие собой реакцию звена на входные воздействия, имеющие характер гармонической синусоидальной функции.

1.3 Требования к временным характеристикам

Типичная переходная функция системы второго порядка изображена на рисунке 1.

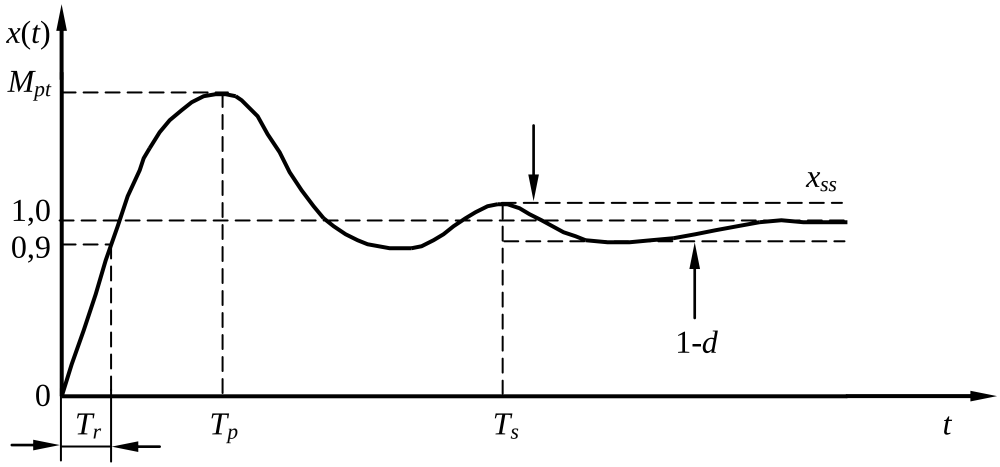


Рис. 1 Типичная переходная функция САР при единичном ступенчатом воздействии

Время нарастания T_r определим как время, необходимое для изменения переходной функции от 10% до 90% от ее установившегося значения.

Максимальное значение переходной функции обозначим M_t, время достижения максимума T_p, а процентное превышение установившегося значения будем рассчитывать по формуле

$$\text{процентное превышение} = \frac{M_{pt} - x_{ss}}{x_{ss}} \cdot 100\% \qquad (4)$$

На рис. 1 установившееся значение выходной величины принято $x_{ss} = 1$.

Время установления T_s – это время, необходимое для того, чтобы выходной сигнал вошел в определенную зону, прилегающую к установившемуся значению, и далее оставался в пределах этой зоны. Ширину зоны обычно принимают равной ±5% или ±2% от установившегося значения

$$T_s = 4T;, \qquad (5)$$

где T – постоянная времени звена (системы); ξ – коэффициент затухания; ω_n – собственная частота колебаний.

Время достижения максимума T_p или максимальное перерегулирование определяется следующим выражением

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}; \tag{6}$$

$$\omega_n = \frac{4}{T_s \xi} =$$

Время нарастания при ширине зоны 5%:

$$T_r = 0{,}05T.$$

Исходные данные (из табл. 2):

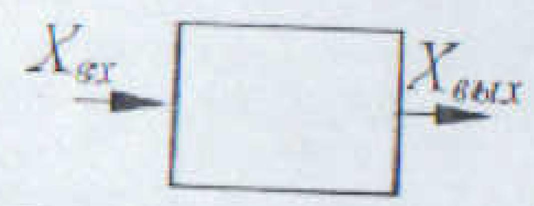
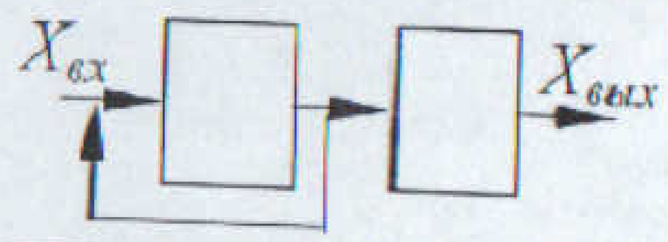
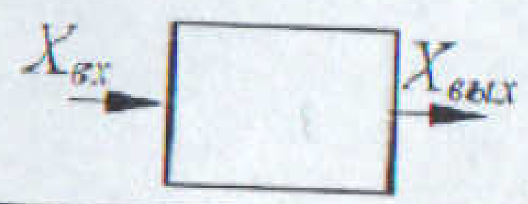
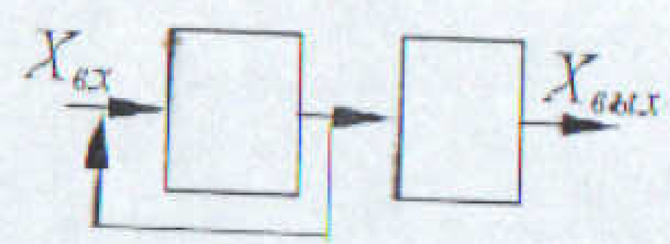
- k – коэффициент передачи = 5
- T – постоянная времени = 0,2
- ξ – коэффициент затухания = 0,7
- τ – время запаздывания = 0,4

Проводим моделирование переходного процесса каждого элементарного звена при подаче на его вход единичного ступенчатого воздействия (табл. 3).

Таблица 2 – Математические модели типовых динамических звеньев

Вид звена	Уравнение динамики	Передаточная функция $\omega(s)$
Безынерционное звено	$X_{вых}(t) = k \cdot x_{вх}(t)$	k
Апериодическое звено	$T\dfrac{dx_{вых}(t)}{dt} + x_{вых}(t) = kx_{вх}(t)$	$\dfrac{k}{Ts+1}$
Колебательное звено	$T^2\dfrac{d^2x_{вых}(t)}{dt^2} + 2T\xi\dfrac{dx_{вых}(t)}{dt} + x_{вых}(t) = kx_{вх}(t)$	$\dfrac{k}{T^2s^2+2T\xi+1}$
Дифференцирующее звено	$x_{вых}(t) = k\dfrac{dx_{вх}(t)}{dt}$	ks
Реальное дифференцирующее звено	$T\dfrac{dx_{вых}(t)}{dt} + x_{вых}(t) = k\dfrac{dx_{вх}(t)}{dt}$	$\dfrac{k}{Ts+1}$
Интегрирующее звено	$x_{вых}(t) = k\int_0^{\infty} x_{вх}(t)dt$	$\dfrac{k}{s}$
Запаздывающее звено	$x_{вых}(t) = x_{вх}(t\text{-}\tau)$	$ke^{-\tau s}$
Неустойчивое звено первого порядка	$T\dfrac{dx_{вых}(t)}{dt} - x_{вых}(t) = kx_{вх}(t)$	$\dfrac{k}{Ts-1}$
Неустойчивое звено второго порядка	$T^2\dfrac{d^2x_{вых}(t)}{dt^2} - 2T\xi\dfrac{dx_{вых}(t)}{dt} + x_{вых}(t) = kx_{вх}(t)$	$\dfrac{k}{T^2s^2-2T\xi+1}$

Таблица 3 – Расчет математической модели типовых динамических звеньев

Вид звена	Уравнение динамики	Передаточная функция $\omega(s)$	T_s	T_p	T_r	Структурная схема	Нуль κ	Полюс s
Безынерционное звено	$X_{вых}(t) = k \cdot x_{вх}(t)$	5	$4T$	$\dfrac{\pi}{\frac{4}{T_s \xi}\sqrt{1-\xi^2}}$	$0{,}05T$		–	–
Апериодическое звено	$T\dfrac{dx_{вых}(t)}{dt} + x_{вых}(t) = kx_{вх}(t)$	$\dfrac{5}{0{,}2S+1}$	0,8	0,62	0,01	-//-	–	–5
Колебательное звено	$\grave{O}^2\dfrac{d^2x_{\hat{a}\hat{u}\tilde{o}}(t)}{dt^2} + 2T\xi\dfrac{dx_{\hat{a}\hat{u}\tilde{o}}(t)}{dt} + x_{\hat{a}\hat{u}\tilde{o}}(t) = = kx_{\hat{a}\tilde{o}}(t)$	$\dfrac{5}{0{,}4S^2+2{,}8S+1}$	-//-	-//-	-//-		–	$S_1 = -6{,}61$ $S_2 = -0{,}39$
Дифференцирующее звено	$x_{вых}(t) = k\dfrac{dx_{вх}(t)}{dt}$	$5S$	-//-	-//-	-//-		0	–
Реальное дифференцирующее звено	$T\dfrac{dx_{вых}(t)}{dt} + x_{вых}(t) = k\dfrac{dx_{вх}(t)}{dt}$	$\dfrac{5}{0{,}2S+1}$	-//-	-//-	-//-	-//-	–	–5
Интегрирующее звено	$x_{вых}(t) = k\int_0^{\infty} x_{вх}(t)dt$	$\dfrac{5}{S}$	-//-	-//-	-//-	-//-	–	0
Запаздывающее звено	$x_{вых}(t) = x_{вх}(t-\tau)$	$5 \cdot e^{-0{,}4S}$	-//-	-//-	-//-	-//-	–	–
Неустойчивое звено первого порядка	$T\dfrac{dx_{вых}(t)}{dt} - x_{вых}(t) = kx_{вх}(t)$	$\dfrac{5}{0{,}2S-1}$	-//-	-//-	-//-	-//-	–	5
Неустойчивое звено второго порядка	$\grave{O}^2\dfrac{d^2x_{\hat{a}\hat{u}\tilde{o}}(t)}{dt^2} - 2T\xi\dfrac{dx_{\hat{a}\hat{u}\tilde{o}}(t)}{dt} + x_{\hat{a}\hat{u}\tilde{o}}(t) = = kx_{\hat{a}\tilde{o}}(t)$	$\dfrac{5}{0{,}4S^2-2{,}8S+1}$	-//-	-//-	-//-		–	$S_1 = 0{,}39$ $S_2 = 6{,}61$

2 Решение дифференциальных уравнений с использованием преобразования Лапласа.

Второй часть лабораторной работы будет решение дифференциальных уравнений с использованием преобразования Лапласа. Пример решения представлен ниже.

Решить дифференциальных уравнений с использованием преобразований Лапласа:

$$\frac{d^2y}{dt^2}+5\frac{dy}{dt}+6y=2\frac{dx}{dt}+12x.$$

Допустим, входной сигнал имеет форму единичного ступенчатого воздействия, т.е. $x(t)=1$. Тогда изображение входного сигнала $X(s)=\frac{1}{s}$.

Производим преобразование исходного ДУ по Лапласу и подставляем $X(s)$:

$$s^2Y(s)+5sY(s)+6Y(s)=2sX(s)+12X(s);$$

$$s^2Y(s)+5sY(s)+6Y(s)=2s\frac{1}{s}+12\frac{1}{s};$$

$$Y(s)\left(s^3+5s^2+6s\right)=2s+12.$$

Определяется выражение для $Y(s)$:

$$Y(s)=\frac{2s+12}{s^3+5s^2+6s}.$$

Оригинал полученной функции отсутствует в таблице оригиналов и изображений (таблица 1). Для решения задачи его поиска дробь разбивается на сумму простых дробей с учетом того, что знаменатель может быть представлен в виде

s(s + 2)(s + 3)

$$Y(s)=\frac{2s+12}{s^3+5s^2+6s}=\frac{2s+12}{s(s+2)(s+3)}=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+2}+\frac{C}{s+3}=\frac{(A+B+C)s^2+\left(5A+3B+2C\right)s+6A}{s(s+2)(s+3)}.$$

Сравнивая получившуюся дробь с исходной, можно составить систему из трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} A+B+C=0; \\ 5A+3B+2C=2; \\ 6A=12. \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получим следующие корни:

$$\begin{cases} A=2; \\ B=-4; \\ C=2. \end{cases}$$

Следовательно, дробь можно представить как сумму трех дробей: $Y(s)=\dfrac{2s+12}{s^3+5s^2+6s}=\dfrac{2}{s}-\dfrac{4}{s+2}+\dfrac{2}{s+3}$.

Теперь, используя табличные функции, определяется оригинал выходной функции:

$$y(t)=2-4e^{-2t}+2e^{-3t}.$$

Функция *y(t)* является решением дифференциального уравнения.

Таблица 1 преобразований Лапласа

Оригинал x(t)	Изображение X(s)
$\delta(t)$	1
$1(t)$	$\frac{1}{s}$
$1(t-\tau)$	$\frac{1}{s}e^{-\tau t}$
t	$\frac{1}{s^2}$
t^2	$\frac{2}{s^3}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$
$te^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(s+\alpha)^2}$
$t^n e^{-\alpha t}$	$\frac{n!}{(s+\alpha)^{n+1}}$
$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$

$\cos \omega t$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$
$x(t-\alpha)$	$X(s)e^{-\alpha s}$

Записываем заданные дифференциальные уравнения.

$$2\frac{d^2y}{dt^2} - 8\frac{dy}{dt} + 2y = 2\frac{dx}{dt} + 3\frac{d^2x}{dt^2} + 6x$$

Решение:

Допустим, что входной сигнал имеет форму единичного ступенчатого воздействия, т.е. $x(t)=1$. Тогда изображение входного сигнала примет вид $X(s)=\frac{1}{s}$.

Произведем замену: $\frac{dy}{dt} = s\,y(s)$; $\frac{dx}{dt} = s\,x(s)$.

Получим: $2s^2y(s) - 8s\,y(s) + 2y(s) = 2s\,x(s) + 3s^2x(s) + 6x(s)$

$$2s^2y(s) - 8s\,y(s) + 2y(s) = 2s\cdot\frac{1}{s} + 3s^2\cdot\frac{1}{s} + 6\cdot\frac{1}{s}$$

Домножим левую и правую часть дифференциального уравнения на s, получим:

$$2s^3y(s) - 8s^2y(s) + 2s\,y(s) = 3s^2 + 2s + 6.$$

$$y(s)\,(2s^3 - 8s^2 + 2s) = 3s^2 + 2s + 6.$$

$$y(s) = \frac{3s^2 + 2s + 6}{2s^3 - 8s^2 + 2s}.$$

Оригинал полученной функции отсутствует в таблице оригиналов и изображений преобразований Лапласа. Для решения задачи его поиска дробь разбивается на сумму простых дробей с учетом того, что знаменатель может быть представлен в виде: $s\,(s-s_1)(s-s_2)$.

Выписываем знаменатель: $2s^3 - 8s^2 + 2s = 0$

$$s\,(2s^2 - 8s + 2) = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4\cdot2\cdot2 = 64 - 16 = 48$$

$$s_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{8 - 6,9}{4} = 0,28$$

$$s_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{8 + 6,9}{4} = 3,73$$

$$s\,(s - 0,28)(s - 3,73)$$

$$y(s) = \frac{3s^2+2s+6}{2s^3-8s^2+2s} = \frac{3s^2+2s+6}{s(s-0,28)(s-3,73)}.$$

Представим дробь в виде:

$$\frac{A}{s} + \frac{B}{s-0,28} + \frac{C}{s-3,73} = \frac{A\cdot(s-0,28)(s-3,73) + B\cdot s(s-3,73)}{s(s-0,28)(s-3,73)} +$$

$$+ \frac{Cs(s-0,28)}{s(s-0,28)(s-3,73)}.$$

$$\frac{A\cdot(s^2-3,73s-0,28s+10,44) + Bs^2-3,73Bs+Cs^2-0,28Cs}{s(s-0,28)(s-3,73)}$$

$$\frac{A(s^2-4,01s+10,44)+Bs^2-3,73Bs+Cs^2-0,28Cs}{s(s-0,28)(s-3,73)}$$

$$\frac{As^2-4,01As+10,44A+Bs^2-3,73Bs+Cs^2-0,28Cs}{s(s-0,28)(s-3,73)}$$

$$\frac{s^2(A+B+C)-s(4,01A+3,73B+0,28C)+10,44A}{s(s-0,28)(s-3,73)}$$

Сравнивая получившуюся дробь с исходной, можно составить систему из трех уравнений с тремя неизвестными.

$$\begin{cases} A+B+C=3 \\ 4,01A+3,73B+0,28C=2 \\ 10,44A=6 \end{cases} \quad \begin{cases} A+B+C=3 \\ 4,01A+3,73B+0,28C=2 \\ A=0,57 \end{cases} \quad \begin{cases} 0,57+B+C=3 \\ 4,01\cdot 0,57+3,73B+0,28C=2 \\ A=0,57 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B=3-C-0,57 \\ 2,29+3,73B+0,28C=2 \\ A=0,57 \end{cases} \quad \begin{cases} B=2,43-C \\ 2,29+3,73(2,43-C)+0,28C=2 \\ A=0,57 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B=2,43-C \\ 2,29-3,73C+9,06+0,28C=2 \\ A=0,57 \end{cases} \quad \begin{cases} B=2,43-C \\ -3,45C+11,35=2 \\ A=0,57 \end{cases} \quad \begin{cases} B=2,43-C \\ -3,45C=-9,35 \\ A=0,57 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B=2,43-C \\ C=2,71 \\ A=0,51 \end{cases} \quad \begin{cases} B=2,43-2,71 \\ C=2,71 \\ A=0,57 \end{cases} \quad \begin{cases} B=-0,28 \\ C=2,71 \\ A=0,57 \end{cases}$$

$$y(s) = \frac{3s^2+2s+6}{s(s-0,28)(s-3,73)} = \frac{0,57}{s} - \frac{0,28}{s-0,28} + \frac{2,71}{s-3,73} = 0,57-0,28\cdot e^{0,28t}+2,71e^{3,73t}$$

3 По заданным дифференциальным уравнениям записать передаточные функции и оценить устойчивость звеньев по корням характеристических уравнений (используется корневой критерий)

Пример решения представлен ниже.

Из полученного выражения во второй части лабораторной работы получаем передаточную функцию:

$$s^2Y(s) + 5sY(s) + 6Y(s) = 2sX(s) + 12X(s)$$

$$\boldsymbol{W(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{2s + 12}{s^2 + 5s + 6}}$$

Теперь использую корневой критерий, оцениваем устойчивость системы.

Корневой критерий формулируется следующим образом: линейная АСР устойчива, если все корни характеристического уравнения лежат в левой полуплоскости. Инными словами, все действительные части комплексных корней должны быть отрицательными. В противном случае система неустойчива.

Так как в данном случае все корни отрицательны(-2; -3), делаем вывод, что система устойчива.

Решение:

$$W(s) = \frac{3s^2 + 2s + 6}{2s^2 - 8s + 2}$$

$$2s^2 - 8s + 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 64 - 16 = 48$$

$$s_1 = -\frac{8 - \sqrt{D}}{2a} = \frac{8 - 6,9}{4} = 0,28$$

$$s_2 = -\frac{8 + \sqrt{D}}{2a} = \frac{8 + 6,9}{4} = 3,73$$

Т.к. оба корни характеристического уравнения положительные, то АСР (автоматическая система регулирования) является неустойчивой.

Вывод: по результатам работы получили временные характеристики элементарных звеньев, изучили влияние изменения параметров звеньев на характеристики. Научились решать дифференциальные уравнения используя преобразование Лапласа.

Практическая работа № 2

Исследование частотных характеристик типовых динамических звеньев

Цель работы: определение динамических свойств элементарных звеньев и показателей качества переходного процесса по полученным частотным характеристикам.

1 Общие сведения

Частотной характеристикой называется реакция звена (системы) на синусоидальное входное воздействие.

Отношение выходного сигнала к входному при подаче на вход синусоидальной функции называется частотной передаточной функцией или амплитудно-фазовой характеристикой (АФЧХ).

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = P(\omega)+jQ(\omega),$$

где $P(\omega)$ – вещественная часть амплитудно-фазовой характеристики; $Q(\omega)$ – мнимая часть амплитудно-фазовой характеристики.

Так же, как и передаточная функция $\omega(s)$, частотная передаточная функция представляет собой отношение выходной координаты к входной.

Только в первом случае это отношение рассматривается в изображениях по Лапласу, а во втором случае - в виде отношения гармонических сигналов в показательной форме:

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$$

где $A(\omega)$ – модуль частотной передаточной функции или амплитудная характеристика,

$$\varphi(\omega) = arctg\,\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

где $\varphi(\omega)$ – аргумент частотной передаточной функции или фазовая характеристика.

Амплитудной характеристикой называется зависимость амплитуды выходного сигнала от частоты.

Фазовой характеристикой называется зависимость сдвига фаз выходного сигнала от частоты по отношению к входному.

Удобной формой представления частотных характеристик являются логарифмические частотные характеристики, состоящие из логарифмической амплитудной характеристики (ЛАХ) и логарифмической фазовой характеристики (ЛФХ).

Логарифмическая амплитудная характеристика апериодического звена представляется в виде

$$L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\sqrt{(T\omega)^2 + 1}$$

Единицей измерения амплитуды на выходе звена (системы) является децибел. Один бел соответствует увеличению мощности сигнала в 10 раз, два бела – в 100 раз. Децибел равен одной десятой части бела.

Частота ω в логарифмических частотных характеристиках измеряется в декадах. Одна декада соответствует изменению частоты в 10 раз.

Фазовый сдвиг $\varphi(\omega)$ при построении в логарифмическом масштабе остается в тех же единицах (в радианах или в градусах).

Логарифмической амплитудной характеристикой (ЛАХ) называется зависимость относительной амплитуды, выраженной в децибелах, от частоты, выраженной в декадах.

Логарифмической фазовой характеристикой (ЛФХ) называется зависимость фазового сдвига, выраженного в радианах или в градусах, от частоты, выраженной в декадах:

$$\varphi(\omega) = f(\lg(\omega)).$$

2 Определение динамических свойств звеньев по частотным характеристикам

Рассмотрим частотные характеристики системы первого порядка, передаточная функция которой имеет вид:

$W(s) = \dfrac{k}{Ts+1}$ (передаточная функция для апериодического звена из табл. 1),

$s = i\omega$,

где i – мнимое комплексное число.

Заменим оператор s:

$$W(i\omega) = \frac{k}{T \cdot i\omega + 1}.$$

Разложим на **вещественную и мнимую часть** (умножим числитель и знаменатель на сопряженное число):

$$W(i\omega) = \left(\frac{k}{T \cdot i\omega + 1}\right) \cdot \left(\frac{Ti\omega - 1}{Ti\omega - 1}\right) = \frac{kTi\omega - k}{T^2 i^2 \omega^2 - 1^2};$$

$i^2 = -1$;

$$W(i\omega) = \frac{kTi\omega - k}{T^2 \cdot (-1) \cdot \omega^2 - 1^2} = -\frac{kTi\omega - k}{T^2\omega^2 + 1} = \frac{k}{T^2\omega^2 + 1} - \frac{kTi\omega}{T^2\omega^2 + 1}.$$

Чтобы разделить комплексное число на действительное необходимо вещественную часть и комплексную часть поделить на эти числа:

$$P(\omega) = \frac{k}{T^2\omega^2 + 1} = \frac{5}{0{,}04\omega^2 + 1}$$

$$Q(\omega) = -\frac{kTi\omega}{T^2\omega^2 + 1} = \frac{i\omega}{0{,}04\omega^2 + 1}$$

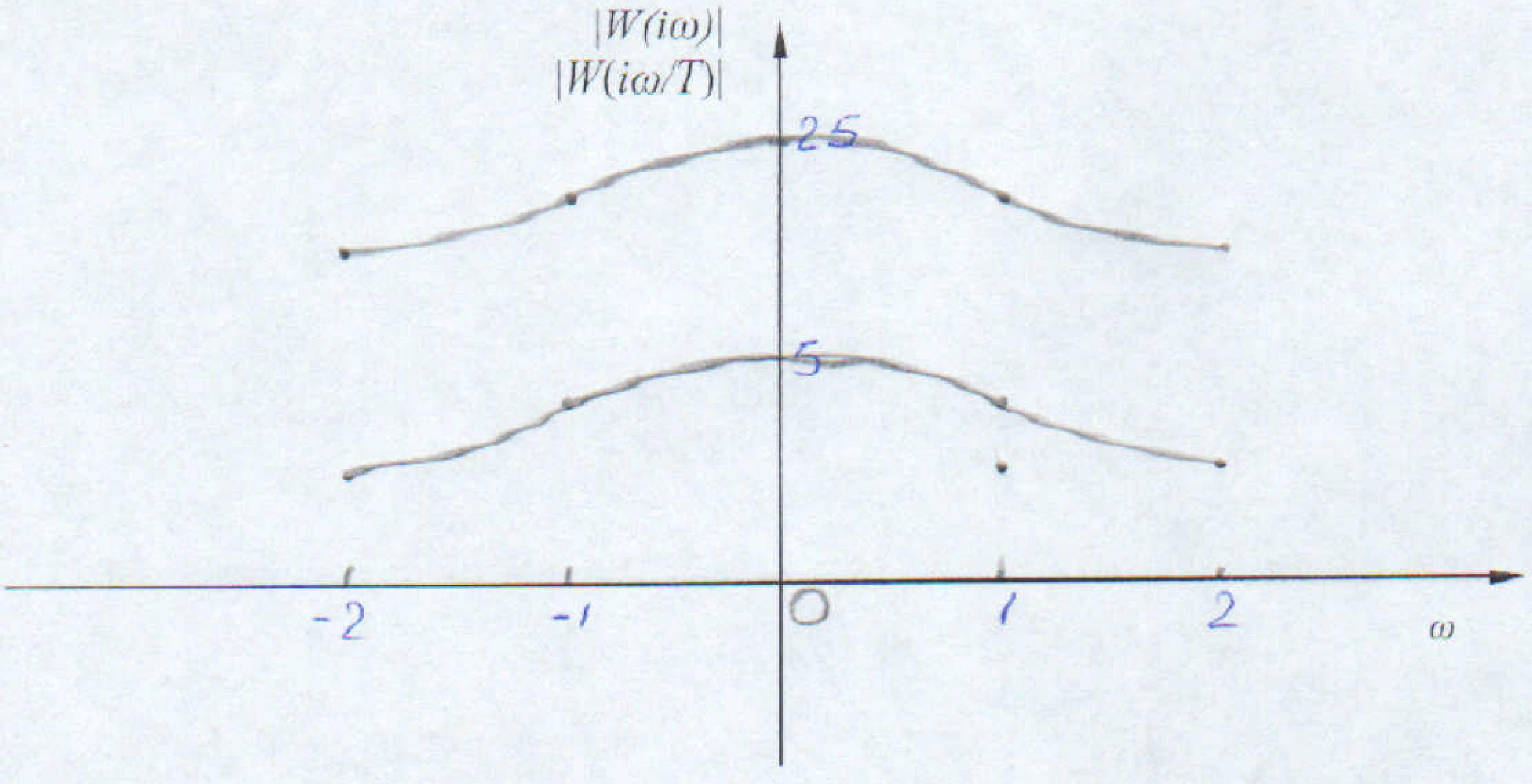
Частотная функция этой системы:

$$|W(i\omega)| = \frac{k}{\sqrt{1 + T^2\omega^2}},$$

Построим график функции $|W(i\omega)|$ и $|W(i\omega/T)|$:

ω	-2	-1	0	1	2
$\lvert W(i\omega)\rvert$	4,64	4,9	5	4,9	4,64
$\lvert W(i\omega/T)\rvert$	23,2	24,5	25	24,5	23,2

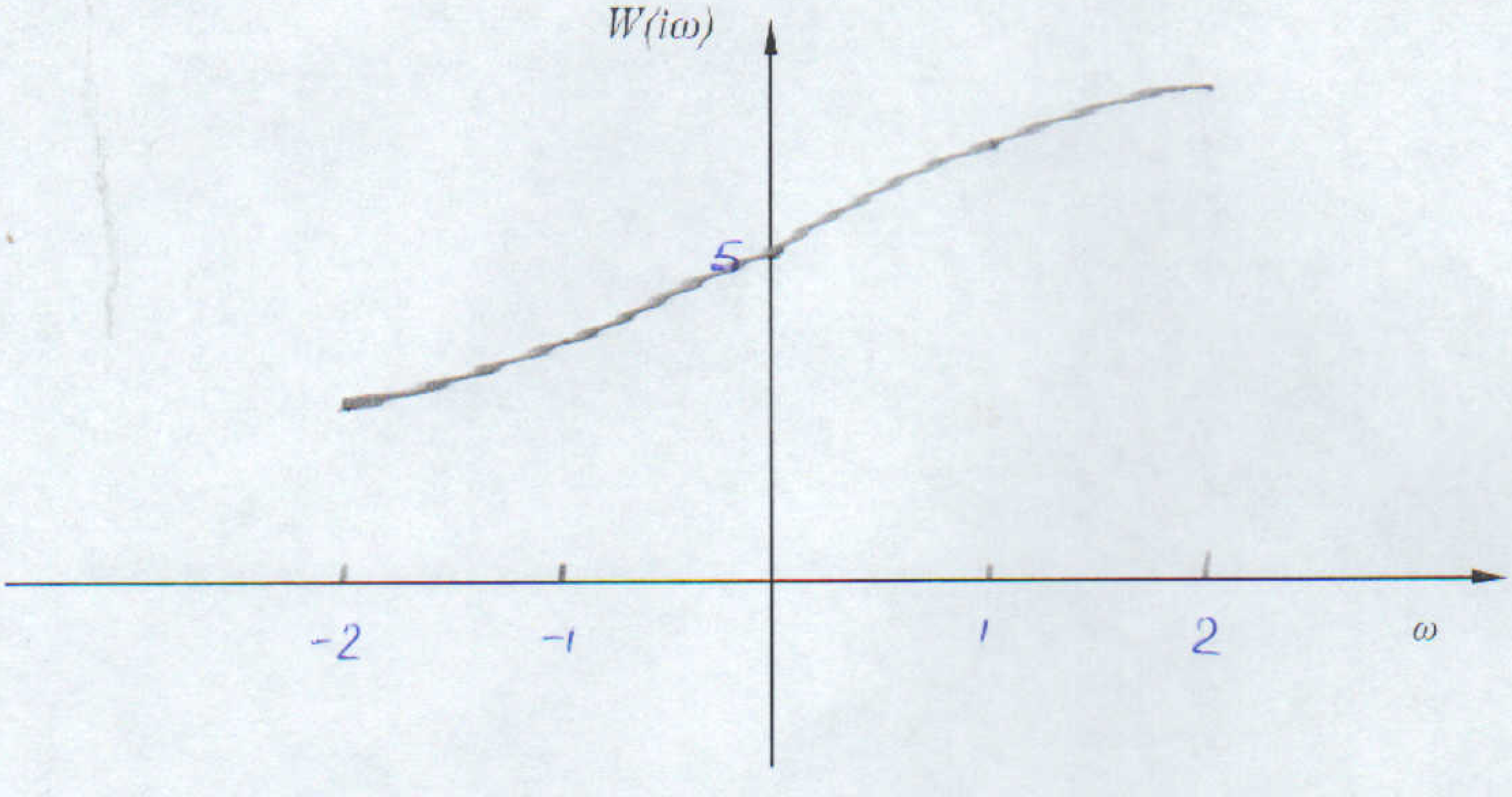
Иллюстрация полосы пропускания



Построим график **амплитудно-фазовой характеристики** (АФЧХ) зависящей от частоты колебаний (ω):

$$W(i\omega) = -\frac{kTi\omega - k}{T^2\omega^2+1} = \frac{k}{T^2\omega^2+1} - \frac{kTi\omega}{T^2\omega^2+1}$$

ω	-2	-1	0	1	2
$W(i\omega)$	2,6	3,8	5	5,8	6,1

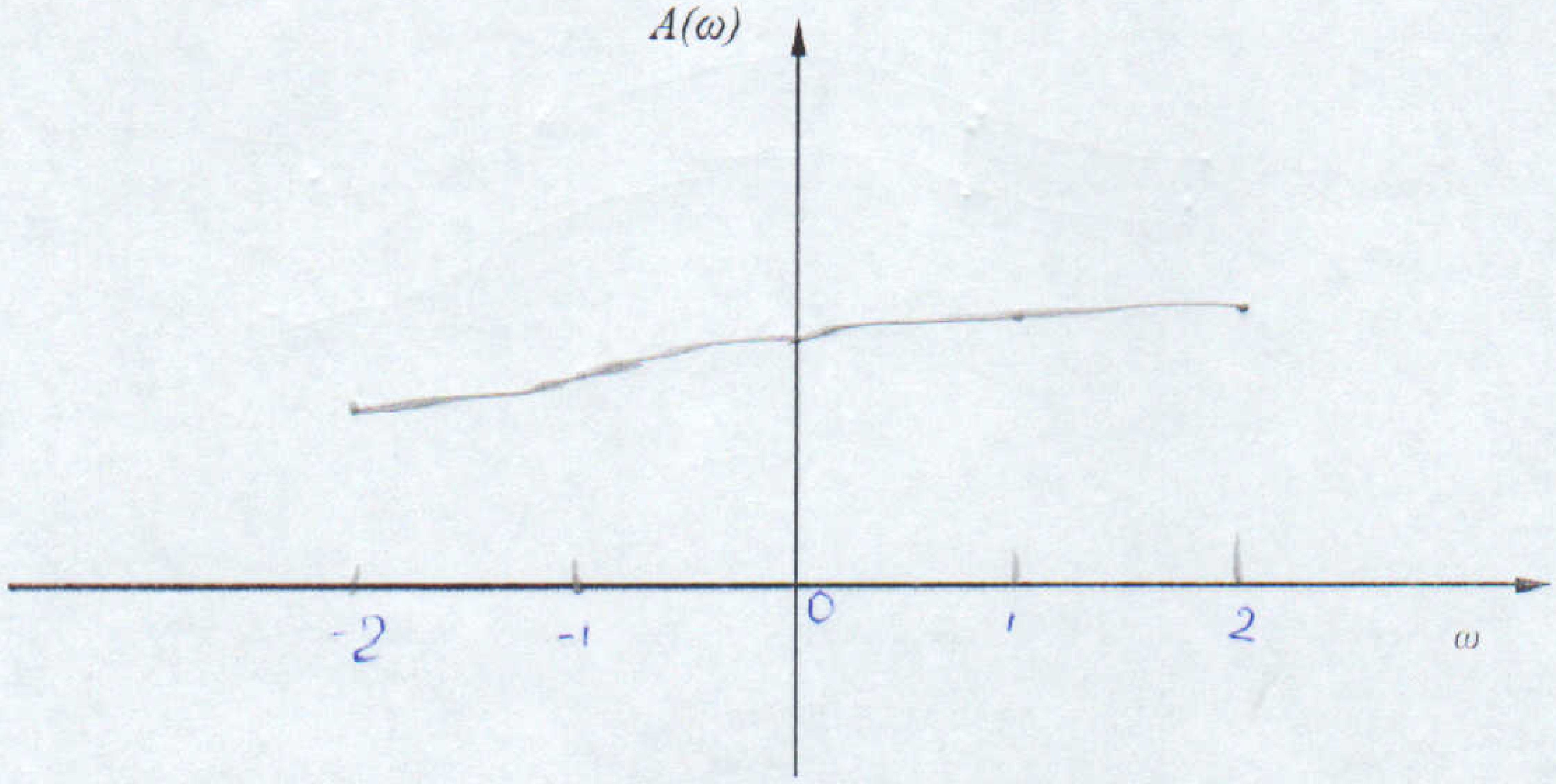


Амплитудная и фазовая характеристики определяются выражениями.

Амплитудная характеристика:

$$A(\omega)=\sqrt{P(\omega)^2+Q(\omega)^2}=\sqrt{\left(\frac{k}{T^2\omega^2+1}\right)^2+\left(-\frac{kTj\omega}{T^2\omega^2+1}\right)^2}$$

ω	-2	-1	0	1	2
$A(\omega)$	1,6	1,9	2,2	2,4	2,5

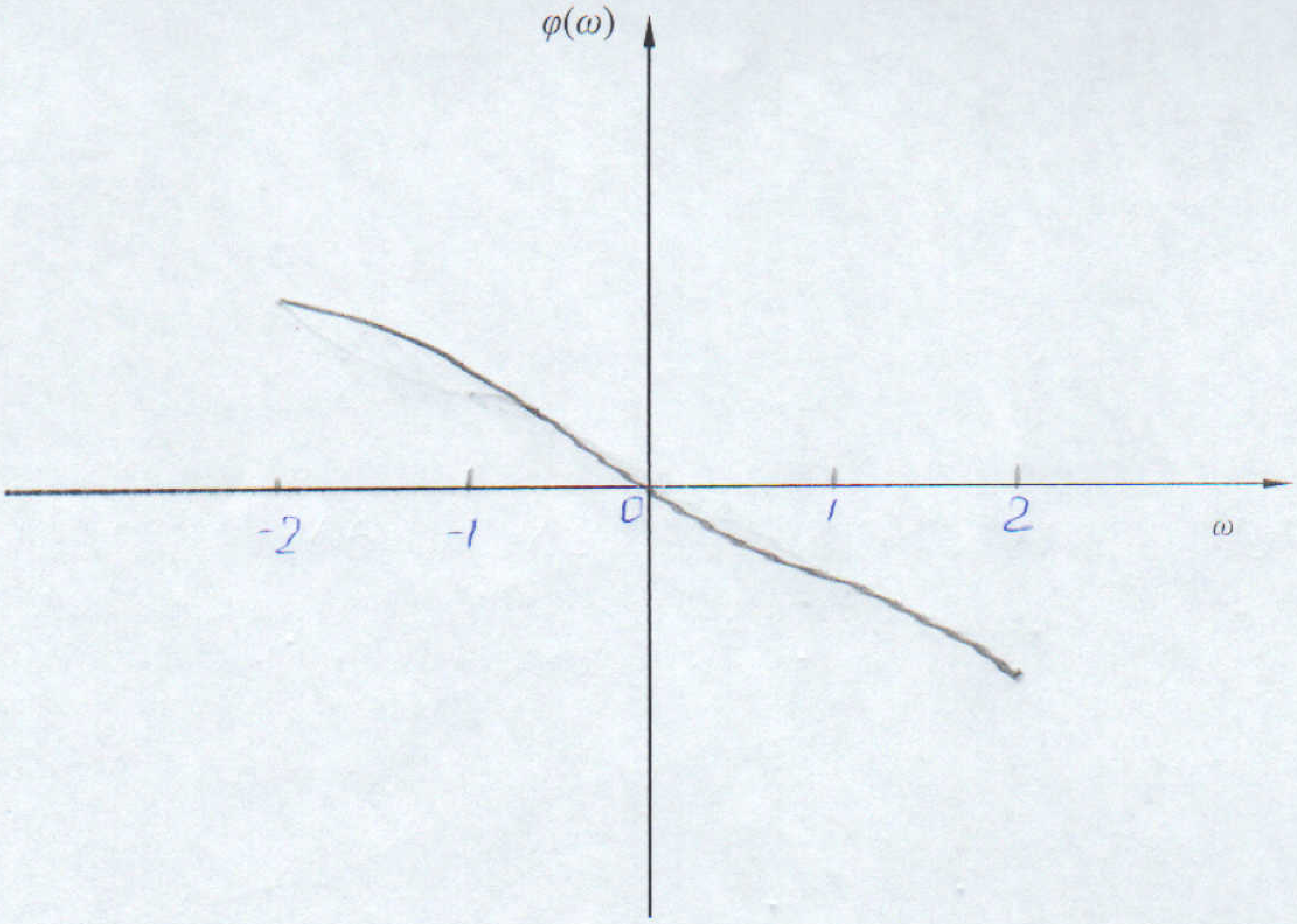


Фазовая характеристика:

$$\varphi(\omega)=arctg\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}=-arctg\frac{\dfrac{kTi\omega}{T^2\omega^2+1}}{\dfrac{k}{T^2\omega^2+1}}=-arctg\left(\frac{kTi\omega}{T^2\omega^2+1}\cdot\frac{T^2\omega^2+1}{k}\right)=-arctgT\omega$$

$$\varphi(\omega)=-arctgT\omega$$

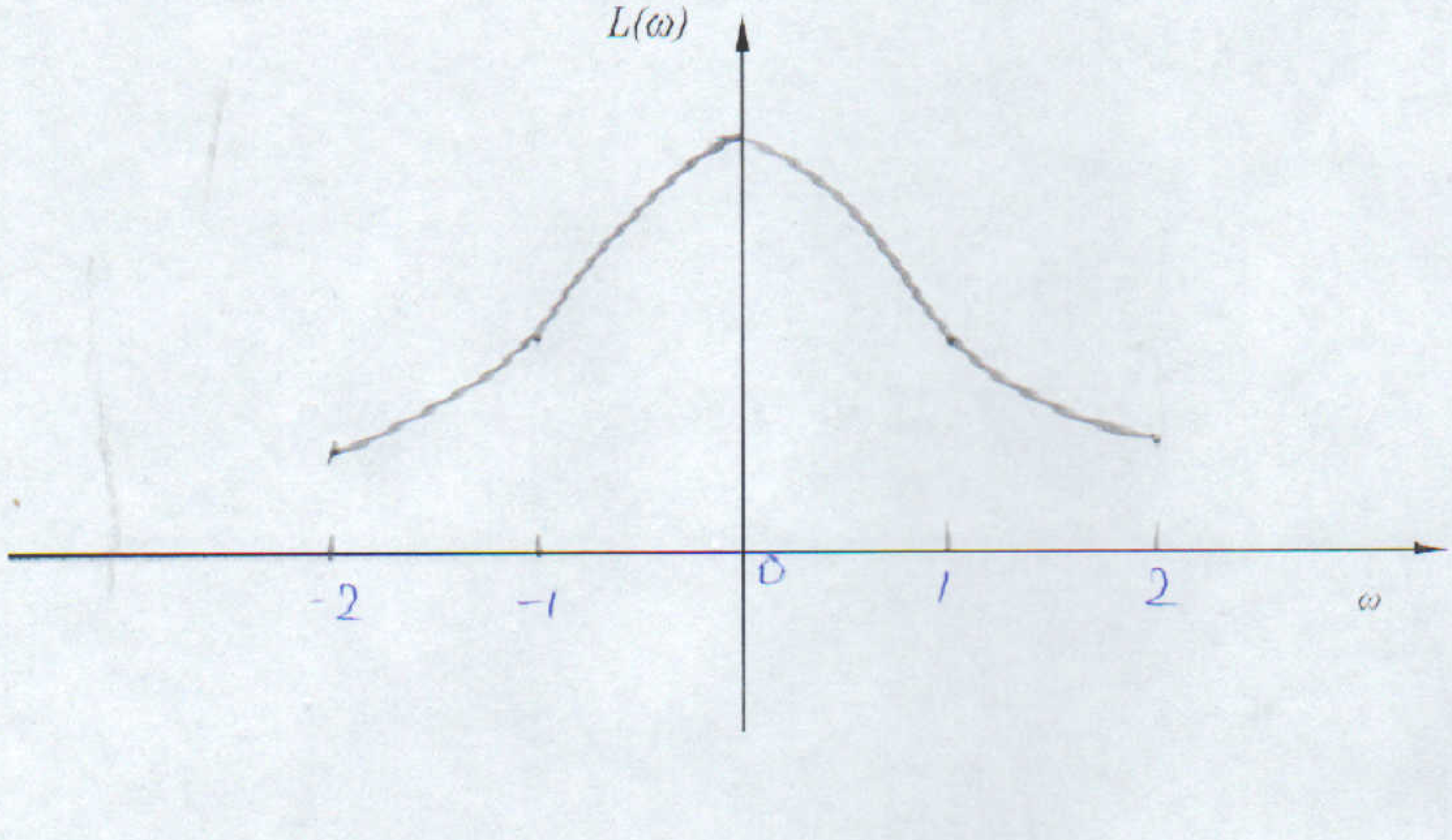
ω	-2	-1	0	1	2
$\varphi(\omega)$	0,4	0,2	0	-0,2	-0,4



Рассчитаем **логарифмическую амплитудную характеристику** (ЛАХ):

$$L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\sqrt{(T\omega)^2 + 1}$$

ω	-2	-1	0	1	2
$L(\omega)$	13,3	13,8	13,9	13,8	13,3



3 Определение показателей качества переходного процесса по логарифмическим частотным характеристикам

По полученным графикам ЛАХ и ЛФХ определяем основные динамические характеристики элементарных звеньев: $t_П$ – время переходного процесса, σ% – перерегулирование, T_k – период колебаний при переходном процессе, δ – статическая ошибка регулирования.

Время переходного процесса при $\delta = 0{,}05x_{SS}$ определяется по формуле

$$t_П = \frac{3}{\omega_s} = \frac{3}{1} = 3$$

где ω_s – частота сопряжения.

Период колебаний (для колебательного звена)

$$T_k = \frac{2\pi}{\omega_s} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{1} = 6{,}28$$

Существует аналитическая связь между величиной перерегулирования и величиной $\Delta L(\omega_s) = L(\omega_s) - L(0)$. Соотношения между $\Delta L(\omega_s)$ и величиной перерегулирования в табл. 5, эти данные используем для определения σ.

Время переходного процесса определяется для всех звеньев по ω_s, кроме неустойчивых звеньев, где условно принимается $t_П \to \infty$, и идеальных интегрирующих и дифференцирующих, где условно принимается $t_П \to 0$.

Вывод: определили динамические свойства элементарных звеньев и показатели качества переходного процесса по полученным частотным характеристикам.

Библиографический список

1. Иванов А. А. Управление в технических системах [Текст] : доп. УМО вузов по образованию в обл. автоматизир. машиностр. (УМО АМ) в качестве учеб. пособия / А. А. Иванов, С. Л. Торохов. - М. : ФОРУМ, 2012. - 272 с.

2. Зеликов В. А. Управление техническими системами [Текст] : тексты лекций / В. А. Зеликов, В. А. Иванников, Е. В. Шаталов; ВГЛТА. - Воронеж, 2013. - 55 с. - ЭБС ВГЛТУ.

3. Автотранспортное предприятие [Текст] : отраслевой ежемес. науч.-произв. журнал для работников автотранспорта / Минтранс России. - М. : НПП "Транснавигация" Минтранс России, 2002 -.

4. Бюллетень транспортной информации [Текст] : журнал. - М. : ИТАР - ТАСС, 1995 -.

5. Управление техническими системами [Электронный ресурс] : метод. указания для практ. работ для студентов по направлению подготовки 190600.62 – Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов / В. А.Зеликов, В. А. Иванников, Р. А. Кораблев, Е. В. Шаталов, Ю. В. Струков, А. Ю. Артемов; ВГЛТА. - Воронеж, 2014. - ЭБС ВГЛТУ.

6. Управление техническими системами [Электронная версия] : метод. указания к выполнению самостоятельной работы для студентов направления подготовки 190600.62 – Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов / В.А. Зеликов, Ю.В. Струков, Р.А. Кораблев; Е.В. Шаталов, И.В. Кузнецов.– Воронеж, 2013. – 23 с. – ЭБС ВГЛТУ.